

ÜA Lineare Algebra - 13. Serie

Diese Aufgaben dienen zur Vorbereitung auf die Klausur – sie werden nicht mehr abgegeben, die Lösungen können aber noch in den Übungen besprochen werden.

1. Man zeige, dass das lineare Gleichungssystem

$$2x + y + 2z = -2$$

$$8x + 6y + 5z = 5$$

$$5x + 4y + 3z = 4$$

eindeutig lösbar ist und berechne die Lösung mittels

- (a) Cramerscher Regel sowie (b) Gauß-Algorithmus.

2. Man löse die folgenden Gleichungssysteme.

$$(a) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22 \end{cases}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 4 & -2 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 5 & -6 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{cases} 2x + 7y + 3z + w = 5 \\ x + 3y + 5z - 2w = 3 \\ x + 5y - 9z + 8w = 1 \\ 5x + 18y + 4z + 5w = 12 \end{cases}$$

$$(d) \quad x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$$

3. Man ermittle, für welche Werte des reellen Parameters a das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & a \\ 1 & a & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

lösbar ist, und berechne gegebenenfalls die Lösung(en).