ÜBUNGEN
PARTIELLE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN II

BLATT 4 – 22.05.2017
(ABGABETERMIN 29.05.2017)

PROF. EMANUELE SPADARO

Übung 1. *Seien* $u \in C^{1+\delta}(\mathbb{R}^n)$ *und* $f = (f_1, \dots, f_n)$ *ein Vektorfeld mit* $f_i \in C^\delta(\mathbb{R}^n)$ *für* $i = 1, \dots, n$*, so dass* $\Delta u = \operatorname{div} f$*. Zeigen Sie, dass eine dimensionale Konstante* $C > 0$ *existiert, so dass*

$$[u]_{1,\delta} \le C \sum_{i=1}^{n} [f_i]_{0,\delta}.$$

Übung 2. *Sei* $Lu := \sum_{ij} a_{ij}\partial_{ij}u + \sum_i b_i \partial_i u + cu$ *ein elliptisher Operator, mit* $a_{ij}, b_i, c \in C^\infty_{\mathrm{loc}}(\Omega)$*,* $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ *offen. Seien weiter* $f \in C^\infty_{\mathrm{loc}}(\Omega)$ *und* $u \in C^2_{\mathrm{loc}}(\Omega)$*, so dass* $Lu = f$*. Zeigen Sie, dass* $u \in C^\infty_{\mathrm{loc}}(\Omega)$*.*

Übung 3. *Zeigen Sie, dass für jedes* $u \in W^{1,p}(0,1)$ *eine stetige Funktion* $\tilde{u}$ *so dass* $u(x) = \tilde{u}(x)$ *für Lebesgue fast alles* $x \in (0,1)$*.*
Geben Sie ein Beispiel einer Funktion $u \in W^{1,2}(\mathbb{R}^n) \setminus L^\infty(\mathbb{R}^n)$*,* $n \ge 2$*.*

ANMERKUNG: 50% = MINDESTENS 2 RICHTIGE HAUSAUFGABEN.