**Aufbaukurs Geometrie, Serie 12 (letzte Serie)**

Die Übungsaufgaben werden immer am Freitag gestellt und sind am Freitag der darauf folgenden Woche **vor** der Vorlesung abzugeben. (Andere Abgaben in Briefkästen, während oder nach der Vorlesung werden nicht anerkannt und gehen nicht in die Wertung ein.) Falls der Freitag ein Feiertag ist, sind die ÜA in der kommenden VL abzugeben. Alle Lösungen sind zu begründen, ansonsten erfolgt Abzug eventuell aller Punkte. Die Übungsaufgaben werden in den Übungen zurück gegeben. In den Seminaren nicht abgeholte Übungsaufgaben können bei Frau Leißner im Augusteum, Raum 5-44 abgeholt werden. (Montag und Mittwoch ganztägig, Donnerstag bis Mittag geöffnet.)
Für jede Aufgabe gibt es 0,1 oder 2 Punkte.
Ohne selbständige Bearbeitung der Übungsaufgaben kann die Prüfung nicht bestanden werden.

45. Zeigen Sie, dass die Kurve

$$c:\ [1,\infty[\to \mathbb{R}^3,\ t\mapsto \left(\frac{t}{\sqrt{2}}, \ln t, \frac{1}{\sqrt{2}\cdot t}\right)^T$$

durch eine geeignete euklidische Bewegung auf die hyperbolische Schraubenlinie

$$c_h:\ [0,\infty[\to \mathbb{R}^3,\ t\mapsto (\cosh t, \sinh t, t)^T$$

abgebildet werden kann.

46. Die Evolvente einer regulären ebenen Kurve $c:\ I\to\mathbb{R}^3$ bezüglich des Referenzpunktes $t_0\in I$ ist die durch

$$c_{t_0}:\ I\to\mathbb{R}^3,\ t\mapsto e_{t_0}(t) := c(t) - s_{t_0}(t)\cdot \mathfrak{t}(t)$$

parametrisierte Kurve. Dabei sei $s_{t_0}(t) := \int_{t_0}^t |c'(u)|\,du$.

a) Bestimmen Sie die Evolvente $e_0$ der durch $c:\ [-8,8]\to\mathbb{R}^3, t\mapsto (t,\cosh t, 0)^T$ parametrisierten Kettenlinie bezüglich des Referenzpunktes $c(0)$.

b Wie heißt die in a) erhaltene Kurve?

47. Zeigen Sie, dass alle nicht ebenen Böschungslinien konstanter Krümmung Schraubenlinien sind.

48. Wir betrachten das parametrisierte Flächenstück

$$\vec{f}:\ \mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3,\ u=(u^1,u^2)\mapsto (u^1-u^2, u^1+u^2, (u^1)^2-(u^2)^2)^T.$$

a) Skizzieren Sie die Fläche und bestimmen sie den Rang der Jacobi-Matrix $D_u\vec{f}$ für alle $u \in \mathbb{R}^2$.

b) Bestimmen Sie die Parameterlinien und überprüfen Sie, ob die Parameterlinien ebene Kurven sind.

c) Berechnen Sie die Krümmung der Parameterlinien und geben Sie die Punkte maximaler und minimaler Krümmung an.