Übungsaufgaben Wahrscheinlichkeitstheorie I

Prof. Dr. B. Fritzsche – Sommersemester 2017
Serie K – Abgabetermin: 20.06.2017

K1. Eine Fluggesellschaft hat beobachtet, dass 5% aller Personen, welche einen Flug reservieren lassen, zu diesem nicht erscheinen. Aus diesem Grund verkauft die Fluggesellschaft 100 Tickets für ein gewisses Flugzeug mit 95 Plätzen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Personen, die zum Flug erscheinen, auch einen Platz bekommen, wenn angenommen wird, dass die Personen unabhängig voneinander handeln?

K2. Beweisen Sie folgende Aussage: Sei $n \in \mathbb{N}$. Weiter sei $(M_N)_{N \geq n}$ eine Folge aus $\mathbb{N}$ mit folgenden Eigenschaften:

(I) Für $N \in \{n, n+1, \dots\}$ gilt $M_N \leq N$.

(II) Die Folge $(\frac{M_N}{N})_{N \geq n}$ konvergiert gegen eine Zahl $p \in (0,1)$.

Dann gelten folgende Aussagen:

(a) Es gilt $\lim_{N \to \infty} M_N = +\infty$ sowie $\lim_{N \to \infty}(n + M_N - N) = -\infty$.

(b) Sei $k \in \{0, 1, \dots, n\}$. Dann gilt

$$\lim_{N \to \infty} H_{N,M_N,n}\left(\{k\}\right) = \beta_{n,p}\left(\{k\}\right).$$

K3. Sei $x \in \mathbb{R}^q$. Zeigen Sie, dass das Dirac-Maß $\varepsilon_{x,\mathfrak{B}_q}$ bezüglich des Lebesgue-Borel-Maßes $\lambda^{(q)}$ keine Dichte besitzt.

K4. Geben Sie ein Beispiel für einen Maßraum $(\Omega, \mathfrak{A}, \mu)$ und eine $\mathfrak{A}$-$\mathfrak{B}_1$-meßbare Abbildung $f\colon \Omega \to [0, +\infty)$ derart an, dass $f \in \mathcal{L}^1(\Omega, \mathfrak{A}, \mu; \mathbb{R})$ und $f^2 \notin \mathcal{L}^1(\Omega, \mathfrak{A}, \mu; \mathbb{R})$ gelten.