

Übungsaufgaben Wahrscheinlichkeitstheorie I

Prof. Dr. B. Fritzsche - Sommersemester 2017

Serie E - Abgabetermin: 09.05.2017

E1. Eine Urne enthält genau a grüne, genau b blaue und genau c rote Kugeln. Der Urne werden willkürlich genau drei Kugeln entnommen. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

α) mindestens zwei der entnommenen Kugeln von gleicher Farbe sind.

β) genau zwei der entnommenen Kugeln von gleicher Farbe sind.

E2. Sei $l \in \mathbb{N}$. Dann stelle man sich folgende Situation vor: Zwei gleichstarke Mannschaften X und Y bestreiten nacheinander $2l + 1$ Spiele, von denen jedes jeweils mit einem Sieg für eine der beiden Mannschaften endete.

(a) Es bezeichne A_l das Ereignis, welches der Ereignisaussage "Die Mannschaft X lag niemals im Rückstand" entspricht. Weisen Sie nach, dass sich dessen Wahrscheinlichkeit $P(A_l)$ gemäß

$$P(A_l) = \frac{1}{2^{2l+1}} \binom{2l+1}{l+1} \text{ berechnet.}$$

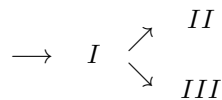
(b) Es bezeichne B_l das Ereignis, welches der Ereignisaussage "Die Mannschaft X lag ständig in Führung" entspricht. Weisen Sie nach, dass sich dessen Wahrscheinlichkeit $P(B_l)$ gemäß

$$P(B_l) = \frac{1}{2^{2l+1}} \binom{2l}{l} \text{ berechnet.}$$

(c) Es bezeichne C_l das Ereignis, welches der Ereignisaussage "Die Mannschaft X lag niemals im Rückstand, aber nicht ständig in Führung" entspricht. Weisen Sie nach, dass sich dessen Wahrscheinlichkeit $P(C_l)$ gemäß

$$P(C_l) = \frac{1}{2^{2l+1}} \binom{2l}{l+1} \text{ berechnet.}$$

E3. Ein Gerät besteht aus genau drei Blöcken; der erste Block ist für das Funktionieren des Gerätes unbedingt erforderlich, die beiden anderen Blöcke doublieren einander:



Der erste Block besteht aus genau n_1 Elementen, der zweite Block aus genau n_2 Elementen und der dritte Block aus genau n_3 Elementen. Während der Arbeit des Gerätes treten Fehler auf, die zum Ausfall der Elemente führen. Die Elemente fallen mit gleicher Ausfallwahrscheinlichkeit und unabhängig voneinander aus. Der Ausfall auch nur eines Elementes hat den Ausfall des gesamten Blockes zur Folge. Es sei bekannt, dass im Gerät genau vier Fehler vorhanden sind, d.h. genau vier Elemente ausgefallen sind. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese vier Fehler zur Funktionsunfähigkeit des Gerätes führen.

E4. Man führe je ein Beispiel für Ereignisse A und B derart an, dass

$$P(B | A) + P(B | A^C) \neq 1$$

bzw.

$$P(B | A) + P(B^C | A^C) \neq 1$$

ist.