Mathematisches Institut
Universität Leipzig
Dr. Konrad Zimmermann

Leipzig, den 29. Mai 2017

Übungen zur Vorlesung

Mathematik 2 für Physiker und Meteorologen

Blatt 9

Aufgabe 1 (3 Punkte). Sei $U \subset \mathbb{R}^n$ offen, $f : U \to \mathbb{R}$ sei partiell differenzierbar und es gelte $\partial_i f(x) = 0$ für jedes $i \in \{1, \dots, n\}$ und jedes $x \in U$. Zeige, dass f lokal konstant ist.

Aufgabe 2 (3 Punkte). Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ eine stetig differenzierbare Abbildung und $r > 0$. Zeige, dass $\|\mathrm{D}f\|$ auf $K_r(0)$ beschränkt ist.

Zeige, dass f auf $K_r(0)$ Lipschitz-stetig ist.

Aufgabe 3 (3 Punkte). Sei $\langle \cdot | \cdot \rangle$ das Standardskalarprodukt auf $\mathbb{R}^n$. Zeige, dass durch

$$\begin{aligned} \varphi : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n &\to \mathbb{R} \\ \varphi(a, b, c, d) &:= \langle a | b \rangle \langle c | d \rangle \end{aligned}$$

eine multilineare Abbildung definiert wird. Bestimme die Komponenten von φ bezüglich der Standardbasis des $\mathbb{R}^n$.

Aufgabe 4 (3 Punkte). Sei $e_1, \dots, e_n$ eine Basis des Vektorraumes V. Seien die Komponenten $a_{i_1 i_2 i_3}$, $i_1, i_2, i_3 \in \{1, \dots, n\}$, einer multilinearen Abbildung $\varphi : V \times V \times V \to \mathbb{R}$ bezüglich der Basis $e_1, \dots, e_n$ sowie $h = h_1 e_1 + \cdots + h_n e_n \in V$ gegeben. Bestimme $\varphi(h, h, h)$.

Die schriftlich bearbeiteten Übungsaufgaben sind in den Übungen am Dienstag, dem 06.06.2017 abzugeben. Alternativ können sie bis Dienstag 15:00 Uhr in den Briefkasten von Therese Mieth in der Poststelle der Mathematik A514 im neuen Augusteum geworfen werden.