

Aufbaukurs Geometrie, Serie 8

Die Übungsaufgaben werden immer am Freitag gestellt und sind am Freitag der darauf folgenden Woche **vor** der Vorlesung abzugeben. (Andere Abgaben in Briefkästen, während oder nach der Vorlesung werden nicht anerkannt und gehen nicht in die Wertung ein.) Falls der Freitag ein Feiertag ist, sind die ÜA in der kommenden VL abzugeben. Alle Lösungen sind zu begründen, ansonsten erfolgt Abzug eventuell aller Punkte. Die Übungsaufgaben werden in den Übungen zurück gegeben. In den Seminaren nicht abgeholte Übungsaufgaben können bei Frau Leißner im Augusteum, Raum 5-44 abgeholt werden. (Montag und Mittwoch ganztägig, Donnerstag bis Mittag geöffnet.)

Für jede Aufgabe gibt es 0,1 oder 2 Punkte.

Ohne selbständige Bearbeitung der Übungsaufgaben kann die Prüfung nicht bestanden werden.

29. Es sei eine Ellipse gegeben durch die Gleichung

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

mit $a \geq b > 0$. Berechnen Sie die Tangente an die Ellipse im Punkt auf der Ellipse mit den Koordinaten (v, w) .

30. Es ist

$$\mathbb{A} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & -8 & -4 \\ -8 & 1 & -4 \\ -4 & -4 & 7 \end{pmatrix}$$

und $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, x \mapsto \mathbb{A}x$ die zu $\mathbb{A}$ gehörende lineare Abbildung. Zeigen Sie, dass φ

- a) orthogonal ist,
- b) eine Spiegelung an einer Ebene ist.

31. Gegeben sei die Abbildung

$$\rho : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, (x, y, z)^T \mapsto (y + 1, x, 1 - z)^T.$$

Zerlegen Sie ρ in eine Drehung δ und eine Translation t_b , so dass gilt $\rho = t_b \circ \delta$. Bestimmen Sie die Drehachse von δ und den Kosinus des Drehwinkels von δ .

32. a) Gegeben sei ein reguläres Sechseck. Wieviel Bewegungen existieren, die dieses Sechseck auf sich abbilden?
- b) Für welche Bewegungen f der Ebene gilt $f \circ f = \text{id}_{\mathbb{R}^2}$?

- c) Beweisen sie, dass eine eigentliche Bewegung f genau dann eine Drehung um den Punkt p ist, wenn

$$|f(x) - p| = |x - p|$$

für alle $x \in \mathbb{R}^2$ gilt.