

Aufbaukurs Geometrie, Serie 10

Die Übungsaufgaben werden immer am Freitag gestellt und sind am Freitag der darauf folgenden Woche **vor** der Vorlesung abzugeben. (Andere Abgaben in Briefkästen, während oder nach der Vorlesung werden nicht anerkannt und gehen nicht in die Wertung ein.) Falls der Freitag ein Feiertag ist, sind die ÜA in der kommenden VL abzugeben. Alle Lösungen sind zu begründen, ansonsten erfolgt Abzug eventuell aller Punkte. Die Übungsaufgaben werden in den Übungen zurück gegeben. In den Seminaren nicht abgeholte Übungsaufgaben können bei Frau Leißner im Augusteum, Raum 5-44 abgeholt werden. (Montag und Mittwoch ganztägig, Donnerstag bis Mittag geöffnet.)

Für jede Aufgabe gibt es 0,1 oder 2 Punkte.

Ohne selbständige Bearbeitung der Übungsaufgaben kann die Prüfung nicht bestanden werden.

37. Gegeben sei die Kurve

$$c : [-2\pi, +2\pi[\rightarrow \mathbb{R}^3 \text{ mit } c(t) = (1 + \cos t, \sin t, 2 \sin(t/2))^T.$$

Zeigen Sie:

- a) c ist eine reguläre Kurve.
 - b) Ihre Spur $C := c([-2\pi, +2\pi[)$ ist der Durchschnitt des Zylinders $(x_1 - 1)^2 + x_2^2 = 1$ mit der Kugel $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$.
 - c) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an die Kurve im Punkt $c(\pi/2)$.
38. Gegeben sei die Kurve $c(t) = (t, \frac{4}{3}t^{3/2}, t^2)^T$ mit $t \in [0, 1]$.

- a) Bestimmen Sie die Bogenlängenfunktion $s = s(t)$.
 - b) Parametrisieren Sie die Kurve nach der Bogenlänge.
39. Sei $c = c(s)$ eine nach der Bogenlänge parametrisierte Kurve. Beweisen Sie:

- a) $|s_2 - s_1|$ ist die Länge des Segments der Kurve zwischen $c(s_1)$ und $c(s_2)$.
- b) Ist $C^* = c^*(s^*)$ irgendeine andere Parametrisierung von c nach der Bogenlänge, so gilt $s = \pm s^* + \text{konst.}$.

40. Rollt ein Kreis mit dem Radius a auf einer Geraden ohne zu gleiten, dann beschreibt ein fester Punkt P dieses Kreises eine Kurve, die man (gewöhnliche) Zykloide nennt. Eine Parametrisierung dieser Zykloide ist

$$x(t) = a(t - \sin t), y(t) = a(1 - \cos t), \quad t \in [0, 2\pi].$$

Bestimmen Sie:

- a) den Tangenteneinheitsvektor,
- b) die Bogenlänge,
- c) die Krümmung der Zykloide.