Prof. Dr. P. Kunkel
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität Leipzig

SS 2022

Numerische Optimierung

Modell 3

Geht man davon aus, daß alle Messungen (t_i, y_i), $i = 1, \ldots, N$, die gleiche Güte besitzen, so ergibt sich das (unbeschränkte) Kleinste-Quadrate-Problem

$$\sum_{i=1}^{N} (y_i - f(t_i))^2 \to \min!$$

In unserem Fall ist f gegeben durch

$$f(t) = [a\cos(2\pi(t-c)) + b] \cdot [1 + d(1 - e^{-\lambda t})].$$

Dazu benötigt man im Einzelfall noch die Ableitungen nach den anzupassenden Parametern. Man erhält

$$\begin{aligned}
f_a(t) &= \cos(2\pi(t-c)) \cdot [1 + d(1 - e^{-\lambda t})],\\
f_b(t) &= 1 + d(1 - e^{-\lambda t}),\\
f_c(t) &= 2\pi a \sin(2\pi(t-c)) \cdot [1 + d(1 - e^{-\lambda t})],\\
f_d(t) &= [a\cos(2\pi(t-c)) + b] \cdot (1 - e^{-\lambda t}),\\
f_\lambda(t) &= [a\cos(2\pi(t-c)) + b] \cdot dte^{-\lambda t}.
\end{aligned}$$

Für die Meßzeitpunkte kann man $t_i = \frac{i}{52}$ setzen.