Prof. Dr. Peter Kunkel
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität Leipzig

WS 2022/23

Übungen zur Vorlesung

Numerik 2

(21) Man bestimme die Ordnung der Adams-Bashforth- und Adams-Moulton-Verfahren, indem man die Darstellung des Interpolationsfehlers bei Polynominterpolation verwendet.

(22) Man zeige, daß konsistente lineare Mehrschrittverfahren für

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0$$

und das zugehörige autonome Anfangswertproblem für x dieselbe numerische Lösung liefern, sofern man die Startwerte für die Zeitkomponente gemäß

$$t(t_l) = t_l, \quad l = 0, \ldots, k-1$$

wählt.

(23) Man bestimme alle konsistenten linearen Einschrittverfahren

$$\alpha_0 x_0 + \alpha_1 x_1 = h(\beta_0 f(t_0, x_0) + \beta_1 f(t_1, x_1))$$

und deren Ordnung.

(24) Man schreibe ein Unterprogramm, das zu den Daten f, t_0, x_0, h, N sowie `TOL` das Anfangswertproblem

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0, \quad t \in [t_0, T], \quad T = t_0 + Nh$$

unter Verwendung des Adams-Bashforth-Verfahrens der Ordnung $p = 4$ mit konstanter Schrittweite löst und den Wert von $x(T)$ zurückgibt. Die Approximationen x_1, x_2 und x_3 berechne man dabei mit dem klassischen Runge-Kutta-Verfahren. Man teste die Implementierung am Beispiel

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \lambda_1 + \lambda_2 & \lambda_1 - \lambda_2 \\ \lambda_1 - \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_2 \end{bmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad T = 1$$

für $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$ bzw. für $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -100$, indem man $x(1)$ mit x_N für verschiedene Schrittweiten h vergleicht.

Abgabe am Donnerstag, 24.11.2022, 10:45 Uhr