Prof. Dr. P. Kunkel
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität Leipzig

SS 2022

Übungen zur Vorlesung

Numerik 1

(1) Man schreibe ein Programm, das die Werte

$$u = (0.91/x) * x - 0.91, \quad v = \sqrt{x} * \sqrt{x} - x$$

entsprechend der angegebenen Darstellung für $x \in \{1, 2, \ldots, 16\}$ bestimmt. Was beobachten Sie? (2 Punkte)

(2) Man schreibe ein Programm, das S_n, $n = 0, \ldots, N$, mittels einer Schleife gemäß

$$S_n = S_{n-1} + 1/n, \quad S_0 = 0$$

unter Verwendung des Datentyps `float` in `C` oder entsprechend in anderen Programmiersprachen bestimmt. Dabei wähle man N derart, daß auf dem Rechner zum ersten Mal $S_N = S_{N-1}$ gilt. Was ergibt sich für N und für S_N? (2 Punkte)

(3) Zu bestimmen seien die Integrale

$$I_k = \int_0^1 t^k e^t \, dt, \quad k \in \mathbb{N}_0,$$

bis zu einem Index $k_{\max} \in \mathbb{N}$.

(a) Man zeige, daß $I_k > I_{k+1} > 0$ für $k \in \mathbb{N}_0$ gilt.

(b) Man zeige, daß die I_k der Rekursion

$$I_{k+1} = e - (k+1)I_k, \quad k \in \mathbb{N}_0, \quad I_0 = e - 1,$$

genügen.

(c) Man schreibe ein Programm zur Berechnung von I_k, $k = 0, \ldots, 31$, mittels obiger Rekursion, einmal in Vorwärtsrichtung (d. h. mit wachsendem k startend mit $I_0 = e - 1$) und einmal in Rückwärtsrichtung (d. h. mit abnehmendem k startend mit $I_{63} = 0$ in Ermangelung eines besseren Wertes). Man erkläre die auftretenden Phänomene. (5 Punkte)

(4) Man bestimme die Zahldarstellungen von $\frac{1}{2}$ bzgl. aller Basen $b \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$. Man schließe damit, daß $\frac{1}{2} \notin \mathbb{M}_{b,l}$ für b ungerade gilt. (2 Punkte)

Abgabe am Donnerstag, 14.04.2022, 15:15 Uhr, in der Vorlesung