

11. Übung

1. Bei einem Spiel mit drei verschlossenen Kästchen sind in zwei der drei Kästchen Nieten und in einem der Gewinn. Sie dürfen zu Beginn des Spieles auf eine der Kisten tippen. Danach nimmt der Spielleiter von den anderen beiden Kistchen eins mit einer Niete aus dem Spiel, ohne die anderen zu öffnen. Sie erhalten nun noch einmal die Möglichkeit, Ihre Wahl zu überdenken und auf die andere verbleibende Kiste zu setzen. Sollten Sie das tun? Hat das (und wenn ja, dann wie) mit bedingten Wahrscheinlichkeiten zu tun?
2. Wenn es regnet, nimmt Herr L seinen Schirm mit Wkeit 70% mit. Die Wkeit von Regen ist 30%. Wenn Herr L seinen Schirm dabei hat, regnet es mit Wkeit 50%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Herr L seinen Schirm zu Hause lässt, wenn es nicht regnet?
3. Zeigen Sie: Für einen W-Raum (Ω, \mathcal{F}, P) ist $L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein Hilbert-Raum, und falls $\mathcal{G} \subset \mathcal{F}$ eine Unter- σ -Algebra ist, so ist $L^2(\Omega, \mathcal{G}, P) \subset L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein abgeschlossener Unterraum.
4. Zeigen Sie drei der Eigenschaften 1) – 7) aus Satz 4.7 der Vorlesung im Fall, dass \mathcal{G} endlich erzeugt ist (vergl. Bsp. 4.4) sowie für allgemeines \mathcal{G} . (Im Falle der Jensen'schen Ungleichung dürfen Sie zur Einfachheit davon ausgehen, dass φ differenzierbar ist.)