

Analysis 1

Wintersemester 2015/16

Aufgaben, Blatt **Nr. 7****Aufgabe 7-1 korrigiert**

Abgabe: Dienstag, 08.12. vor der Vorlesung, bitte Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppenzeit angeben!

7-1 Zeigen Sie:

- (a) Wenn die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig ist, ist auch die Funktion $|f| : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |f(x)|$ stetig.
- (b) Wenn die Funktionen $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig sind, dann ist die Funktion $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $F(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ auch stetig.

7-2 Bestimmen Sie alle stetigen Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, die die Funktionalgleichung

$$f(x + y) = f(x) + f(y)$$

für alle $x, y \in \mathbb{R}$ erfüllen.7-3 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0.$$

Zeigen Sie, dass die Funktion ihr Minimum oder Maximum annimmt.

(d.h. es gibt einen Punkt $x_1 \in \mathbb{R}$ so dass $f(x) \leq f(x_1)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ oder es gibt einen Punkt $x_2 \in \mathbb{R}$ so dass $f(x) \geq f(x_2)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.)

7-4 Welche der folgenden Funktionen ist gleichmäßig stetig?

- (a) $f : \mathbb{R}^{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \sqrt{x}$
- (b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \sin(x)$
- (c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \exp(x)$