

Analysis 1

Wintersemester 2015/16

Aufgaben, Blatt **Nr. 6**

Abgabe: Dienstag, 01.12. vor der Vorlesung, bitte Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppenzeit angeben!

6-1 Für eine reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definieren wir die Reihe

$$b_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_k.$$

- (a) Zeigen Sie: Wenn $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, dann gilt $a = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.
(b) Gilt auch die Umkehrung der Aussage (a)?

6-2 Berechnen Sie für die Folge

$$a_n = \begin{cases} 3^{-n} & ; \quad n \text{ gerade} \\ 5^{-n} & ; \quad n \text{ ungerade} \end{cases}$$

die folgenden Grenzwerte:

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} ; \quad \liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} ; \quad \liminf_{n \rightarrow \infty} (a_n)^{1/n}.$$

6-3 Zeigen Sie, dass die Menge

$$M = \{A \subset \mathbb{N}; A \text{ ist endlich} \}$$

der endlichen Teilmengen der natürlichen Zahlen abzählbar ist.

6-4 Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & ; \quad x \neq 0 \\ 1 & ; \quad x = 0 \end{cases}$$

stetig ist.