Analysis 1

Wintersemester 2015/16
Aufgaben, Blatt **Nr. 2**

Abgabe: Dienstag, 03.11. vor der Vorlesung, bitte Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppenzeit angeben!

2-1 Sei $n \in \mathbb{N}$.

(a) Zeigen Sie:

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n .$$

(b) Zeigen Sie:

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0 .$$

(c) Zeigen Sie, dass für $n \geq 2$:

$$\binom{2n}{n} > \frac{4^n}{n+1} .$$

2-2 Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Zahlen den Imaginärteil und den Realteil:

$$(a)\ \frac{1+i}{3-i}\ ;\ (b)\ \frac{1}{z}\ ;\ (c)\ \frac{z-1}{z+1} ;$$

hier ist $z = x + iy$; $x, y \in \mathbb{R}$ eine komplexe Zahl.

2-3 Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$, dass

$$\sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k+1} \frac{1}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k} .$$

2-4 Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge. Beweisen Sie oder widerlegen Sie durch ein Gegenbeispiel:

(a) Wenn $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert, dann konvergiert auch $(|a_n|)_{n\in\mathbb{N}}$.

(b) Wenn $(|a_n|)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert, dann konvergiert auch $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.