

Analysis 1

Wintersemester 2015/16

Aufgaben, Blatt **Nr. 12**

*Abgabe: Dienstag, 26.01.2016 vor der Vorlesung, bitte Namen,
Matrikelnummer und Übungsgruppenzeit angeben!*

12-1 Gegeben sind $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und eine integrierbare Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. (f ist nicht notwendig stetig!)

(a) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}; F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

stetig ist.

(b) Zeigen Sie: es gibt ein $\xi \in [a, b]$ mit

$$\int_a^\xi f(t) dt = \int_\xi^b f(t) dt.$$

(c) Untersuchen Sie, ob in allen Fällen $\xi \in (a, b)$ gilt.

12-2 Zeigen Sie, dass eine monotone Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ integrierbar ist.

12-3 Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale, zum Teil mit der Substitutionsregel:

$$\int \frac{x dx}{x^2 - 1}; \int \frac{dx}{x^2 - 1}; \int \frac{dx}{4x^2 + 1}; \int \frac{e^{3x}}{e^{2x} + 1}; \int x e^{(x^2)} dx$$

12-4 Berechnen Sie mit partieller Integration die folgenden unbestimmten Integrale:

$$\int x^2 \sin x dx; \int \ln |x| dx; \int e^{ax} \cos(bx) dx; a, b \in \mathbb{R}$$