

Mathematik für Physiker IV

Blatt 12

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es sei $H = L^2([0, 3])$. Für $a \in C([0, 3])$ sei T_a der beschränkte lineare Operator auf H , der durch folgende Gleichung definiert wird:

$$(T_a f)(t) = a(t)f(t), \quad f \in H.$$

1. Man bestimme den adjungierten Operator $(T_a)^*$.
2. Man untersuche, wann T_a selbstadjungiert ist.
3. Man untersuche, wann T_a unitär ist.
3. Man untersuche, wann T_a ein Projektionsoperator ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

T_a sei der Operator aus Aufgabe 1.

1. Für $a(t) = t^2$ bestimme man das Spektrum von T_a .
2. Es $a(t) = t$ falls $0 \leq t \leq 2$ und $a(t) = 4$ falls $2 < t \leq 3$.
Man bestimme alle Eigenwerte von T_a .

Mathematics for Physicists IV

Sheet 12

Exercise 1 (4 points)

Let $H = L^2([0, 3])$. For $a \in C([0, 3])$ let T_a be the bounded linear operator on H defined by

$$(T_a f)(t) = a(t)f(t), \quad f \in H.$$

1. Determine the adjoint operator $(T_a)^*$.
2. When is T_a self-adjoint?
3. When is T_a unitary?
4. When is T_a a projection?

Exercise 2 (4 points)

Let T_a be the operator from Exercise 1.

1. For $a(t) = t^2$ determine the spectrum of T_a .
2. Let $a(t) = t$ if $0 \leq t \leq 2$ and $a(t) = 4$ if $2 < t \leq 3$. Determine all eigenvalues of T_a .