

Übungen zur Vorlesung  
**Funktionalanalysis II**  
Blatt 1

*In der Mathematik gibt es keine Autoritäten.  
Das einzige Argument für die Wahrheit ist der Beweis.*  
K. URBANIK (1930–2005)

**Aufgabe 1.** (*Spektrum und Resolvente: Multiplikatoren*)  
Sei  $X = l^2$  und  $T \in \mathcal{L}(X)$  ein Multiplikator, d.h.,

$$T(t_1, t_2, \dots) = (a_1 t_1, a_2 t_2, \dots), \quad (t_j) \in l^2$$

für eine feste Folge  $(a_j) \in l^\infty$ . Bestimmen Sie das Punktspektrum, Spektrum und die Resolvente  $R(\lambda, T)$  von  $T$ . Was ändert sich, wenn man den Raum  $X = c_0$  oder  $X = l^p$ ,  $p \in [1, \infty]$  betrachtet?

**Aufgabe 2.** (*Spektrum und Resolvente*)

- Seien  $X = C[0, 1]$  und  $T \in \mathcal{L}(X)$  gegeben durch

$$(Tf)(t) = \int_0^t f(s) ds.$$

Zeigen Sie, dass das Punktspektrum von  $T$  leer ist.

- Seien  $X, Y$  Banachräume,  $S \in \mathcal{L}(X, Y)$  invertierbar und  $T \in \mathcal{L}(Y)$ . Zeigen Sie, dass

$$\sigma(S^{-1}TS) = \sigma(T) \quad \text{und} \quad P_\sigma(S^{-1}TS) = P_\sigma(T)$$

gelten. Wie sieht die Resolvente von  $S^{-1}TS$  aus?